

di Maria A. Bisortolo

docente

di Informatica

Eloisa Grande

docente

di Matematica

Silvana Lalicata

docente

di Economia politica

Germana Pelozzi

docente

di Matematica

La domanda, l'offerta e l'equilibrio del mercato nella teoria neoclassica

Prima parte

Realizzazione guidata e interpretazione di grafici di Economia politica con il supporto della Matematica e del laboratorio di Informatica

Modulo pluridisciplinare

Il percorso didattico interdisciplinare che presentiamo è nato dall'esigenza di analizzare e risolvere il problema dell'individuazione di una funzione matematica che rappresentasse al meglio i dati relativi ai concetti economici della domanda e dell'offerta di beni, anche per analizzare in modo più chiaro le variazioni delle stesse rispetto alla variazione del prezzo. La collaborazione di alcune docenti di diverse discipline ha consentito lo sviluppo di tale percorso sotto diversi aspetti, rendendo più efficaci le spiegazioni, più coinvolgente e anche divertente l'apprendimento dei concetti economici da parte dei ragazzi, attualmente sempre meno capaci di affrontare ragionamenti astratti.

Il supporto degli strumenti informatici è stato essenziale nello sviluppo di questo progetto, che mirava non solo a esprimere una materia a volte ostica per gli studenti in un linguaggio più consono a questa nuova generazione, ma anche a coinvolgere direttamente gli allievi nella costruzione del percorso didattico.

Finalità

- Sviluppare adeguate capacità logico-deduttive
- Facilitare l'apprendimento di alcuni concetti economici con l'aiuto della Matematica e del foglio elettronico (costruzione dei grafici)
- Apprendere il concetto di modellizzazione della realtà con strumenti matematici
- Acquisire la capacità di documentare e presentare efficacemente il proprio lavoro

Materie coinvolte

- Economia politica
- Matematica applicata
- Informatica (laboratorio)

Utenti

Alunni della classe terza Igea, Programmatori e Progetto Mercurio

Competenze

- Rappresentare graficamente valori economici significativi
- Trovare il punto di equilibrio del mercato
- Analizzare economicamente i diversi punti di equilibrio al variare della domanda e/o dell'offerta
- Ricavare una funzione matematica lineare a partire da dati reali
- Calcolare il punto di intersezione tra due rette
- Utilizzare la traslazione e saperne determinare le equazioni
- Utilizzare il foglio elettronico per la costruzione di grafici
- Affinare l'uso di PowerPoint per ottenere presentazioni efficaci
- Scegliere e/o costruire immagini significative attraverso una efficace manipolazione
- Integrare ambienti informatici diversi

Prerequisiti

- Conoscenza di:
 - concetti marginalisti e della teoria degli equilibri parziali

- concetti relativi all'equilibrio dell'impresa secondo la teoria neoclassica
- piano cartesiano e suo utilizzo
- concetto di funzione e grafico di una funzione
- funzione lineare
- semplici trasformazioni nel piano
- ambiente Excel
- ambiente PowerPoint
- editor di immagini

Contenuti disciplinari

- Studio della relazione fra domanda/offerta e prezzo e acquisizione del significato economico delle variazioni proposte
- Studio dell'equilibrio di mercato e delle sue possibili variazioni
- Utilizzo del modello matematico di funzione per descrivere un fenomeno economico
- Equazioni della traslazione
- Interpolazione con metodi elementari
- Excel: selezione coerente delle aree dati; studio dei vari tipi di grafico e riflessione sulla scelta migliore
- Cattura di immagini
- Manipolazione di immagini tramite editor di immagini e/o uso di animazioni in PowerPoint

Tempi

- 6 ore di Economia politica
- 6 ore di Matematica
- 8 ore di Informatica
- 8 ore di laboratorio in compresenza
- 2 ore di verifica

Metodologie

- Lezione guidata e attività di laboratorio a coppie di studenti
- Autoapprendimento
- Presentazione alla classe dei prodotti finali e valutazione dei singoli lavori da parte di tutti gli alunni

Modalità di valutazione

- Verifica disciplinare di Economia politica (questionario a risposta aperta)
- Analisi dei prodotti finali degli alunni (fogli Excel e presentazioni PowerPoint)

Sviluppo del progetto

A partire dai dati forniti dall'insegnante di Economia politica relativi a quantità sia domandate sia offerte in funzione del prezzo di un certo bene, è stata eseguita la rappresentazione grafica sul piano cartesiano: sono state così individuate delle curve, dalle quali era però difficile ricavare la funzione matematica $p = f(x)$ e quindi anche l'analisi delle successive variazioni dal punto di vista economico. Il problema è stato risolto mediante il metodo dell'interpolazione che ha consentito di effettuare rappresentazioni grafiche lineari delle quantità offerte e domandate in funzione del prezzo e quindi di analizzare in modo più chiaro, sul piano cartesiano, le variazioni della domanda, dell'offerta e dell'equilibrio di mercato.

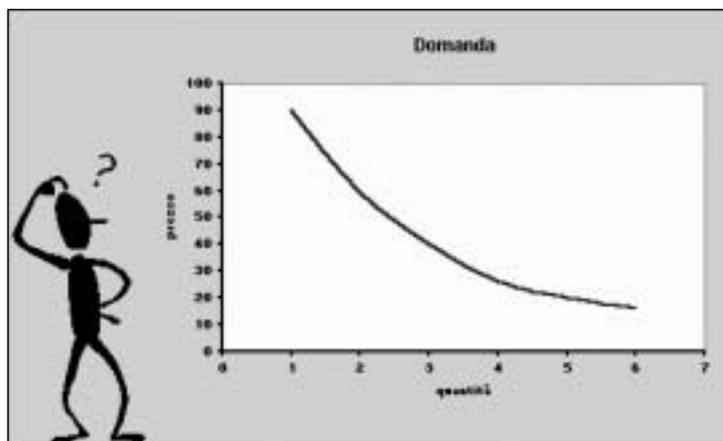
Il percorso didattico, pertanto, viene iniziato dall'insegnante di Economia politica che fornisce agli allievi i dati relativi alla quantità domandata in relazione al prezzo, per esempio:

| Quantità domandata | Prezzo |
|--------------------|--------|
| 1 | 90 |
| 2 | 60 |
| 3 | 40 |
| 4 | 26 |
| 5 | 20 |
| 6 | 16 |

L'insegnante fa notare come, all'aumentare del prezzo, il consumatore sia indotto ad acquistare di meno: può pertanto ribadire, in modo concreto, come la domanda sia una funzione decrescente del prezzo e ciò sia legato al concetto di utilità marginale decrescente.

Guidati dall'insegnante di Informatica, gli studenti utilizzano tali dati per costruire una tabella di Excel e il relativo grafico, seguendo questo percorso:

Scegliendo il grafico a dispersione, si ottiene la seguente rappresentazione dei dati:



L'insegnante di Matematica fa notare agli allievi che in realtà è stato ottenuto il grafico della funzione del prezzo rispetto alla quantità domandata e non viceversa, come indicato sui testi di Economia politica.

In effetti, elaborando i dati con Excel, la colonna sinistra è stata trattata come variabile indipendente e quella destra come variabile dipendente, come si fa usualmente in Matematica. La scelta di mantenere comunque le colonne in questo ordine è dettata dal fatto che generalmente i testi di Economia politica, pur considerando la quantità domandata una funzione del prezzo, rappresentano poi il prezzo sull'asse delle ordinate. In questo modo, considerando il prezzo funzione della quantità domandata, si ottiene la rappresentazione grafica conforme a quella usata dagli economisti.

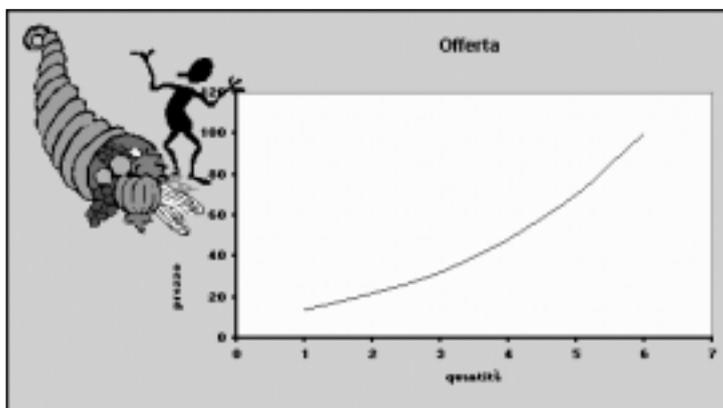
Successivamente l'insegnante di Economia politica fornisce i dati relativi alla quantità di beni offerta dai produttori in relazione al prezzo di mercato degli stessi, per esempio:

| Quantità offerta | Prezzo |
|------------------|--------|
| 1 | 14 |
| 2 | 22 |
| 3 | 32 |
| 4 | 48 |
| 5 | 70 |
| 6 | 100 |

I dati indicano chiaramente che i produttori sono stimolati a produrre e conseguentemente a offrire ai consumatori quantità di beni via via crescenti a condizione che il prezzo di mercato degli stessi sia anch'esso crescente.

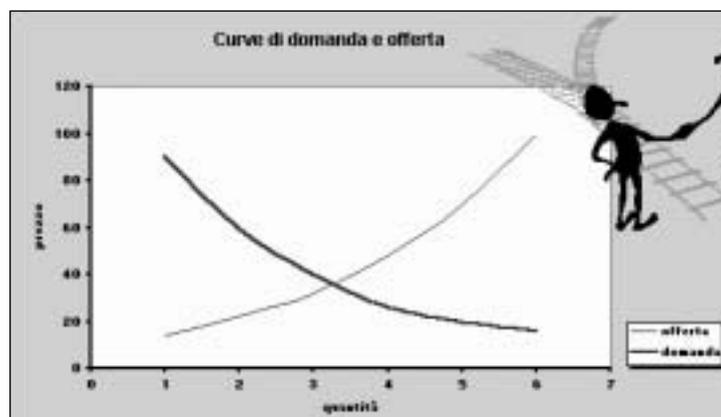
Può sottolineare a questo punto come l'andamento crescente delle quantità offerte sia legato alla curva dei costi marginali secondo la teoria neoclassica. Infatti l'imprenditore sarà disposto ad aumentare la sua produzione, stante i costi marginali crescenti, solo a condizione che il prezzo di mercato sia anch'esso crescente.

Ripetendo il percorso già effettuato per ottenere il grafico della domanda, gli studenti inseriscono i dati in un foglio Excel e costruiscono il relativo grafico:



Per trovare il punto di equilibrio del mercato, dato dall'incontro fra le quantità offerte e le quantità domandate relative allo stesso bene, è necessario procedere all'unificazione delle due tabelle in un unico schema e quindi alla rappresentazione grafica su un unico piano cartesiano:

| Quantità offerte o domandate | Prezzo della domanda | Prezzo dell'offerta |
|------------------------------|----------------------|---------------------|
| 1 | 90 | 14 |
| 2 | 60 | 22 |
| 3 | 40 | 32 |
| 4 | 26 | 48 |
| 5 | 20 | 70 |
| 6 | 16 | 100 |



Analizzando il grafico, si nota che i dati reali non hanno un andamento lineare: per studiare l'equilibrio fra domanda e offerta, anche con le possibili variazioni, è però utile rappresentare le funzioni di domanda e offerta in modo lineare (cioè mediante rette). È quindi necessario sostituire i dati reali con dati "teorici" determinando la funzione $p = mx + q$ (dove p rappresenta il prezzo ed x la quantità del bene domandata oppure offerta) che descrive "al meglio" la situazione reale. Il procedimento che consente di ottenere la funzione lineare cercata è quello dell'**interpolazione statistica**: si tratta di determinare l'equazione di una retta che passi tra i punti noti e che, quindi, si accosti nel modo migliore possibile al grafico della funzione di domanda (o offerta) preso in considerazione, cioè ai dati reali.

Le funzioni lineari di domanda e offerta così ottenute costituiscono un **modello matematico** di rappresentazione della realtà che ci consente di analizzare il problema economico utilizzando i metodi della Matematica, in quanto possiamo usufruire di equazioni specifiche.

Essendo impossibile utilizzare il metodo dei minimi quadrati, che gli studenti potranno affrontare solo in quinta, quando conosceranno l'argomento della ricerca dei massimi e minimi di funzioni di più variabili, è necessario ricorrere a metodi di interpolazione più semplici, anche se meno soddisfacenti dal punto di vista dell'accostamento ai dati. In questo percorso didattico ne sono stati utilizzati due: il primo, molto semplice, per consentire un miglior approccio; il secondo, più complesso, ma più completo dal punto di vista dell'acquisizione dei dati.

Si tratta, in entrambi i casi, di determinare la retta di equazione $p = mx + q$ che approssima i dati reali utilizzando più volte la condizione di passaggio per un punto.

Il **primo metodo** consiste nello scegliere due coppie di valori p e x selezionate fra i dati reali per determinare l'equazione della retta passante per i due punti scelti.

Per esempio, scegliendo come coppie la seconda (2;60) e la quinta (5;20) per la domanda e la terza (3;32) e la quinta (5;70) per l'offerta, si ottengono i seguenti coefficienti delle rette interpolanti:

Domanda

$$m = \frac{60 - 20}{2 - 5} = -\frac{40}{3} = -13,33$$

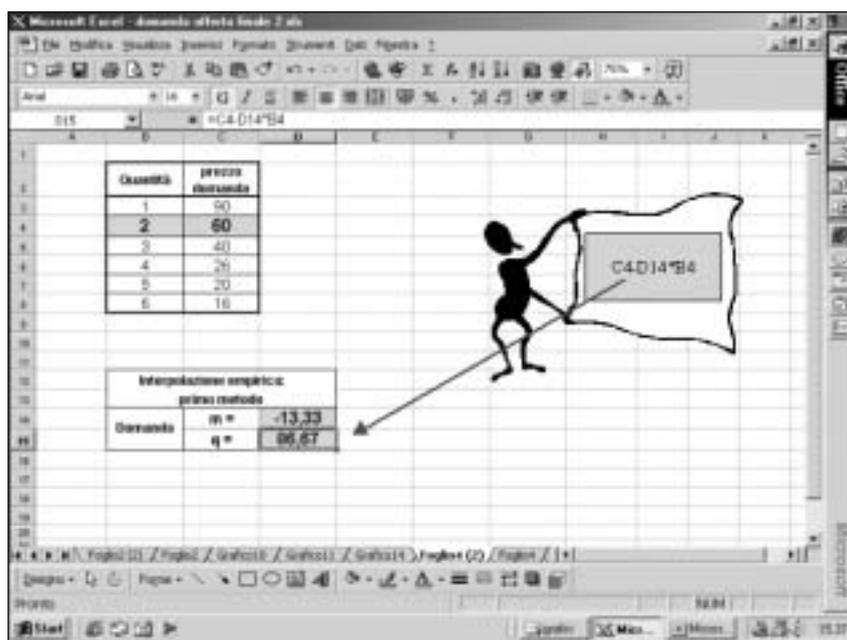
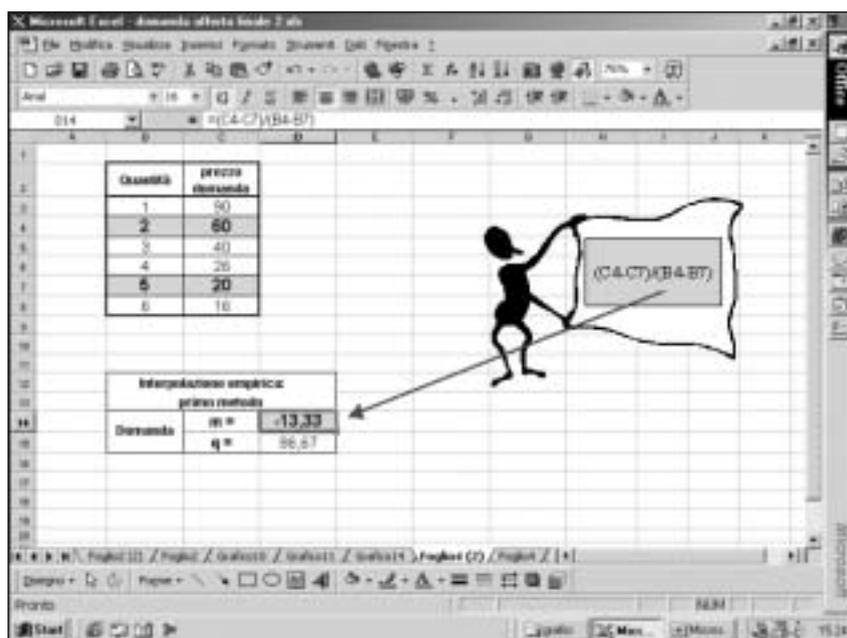
$$q = 60 + 13,33 \times 2 = 86,67$$

Offerta

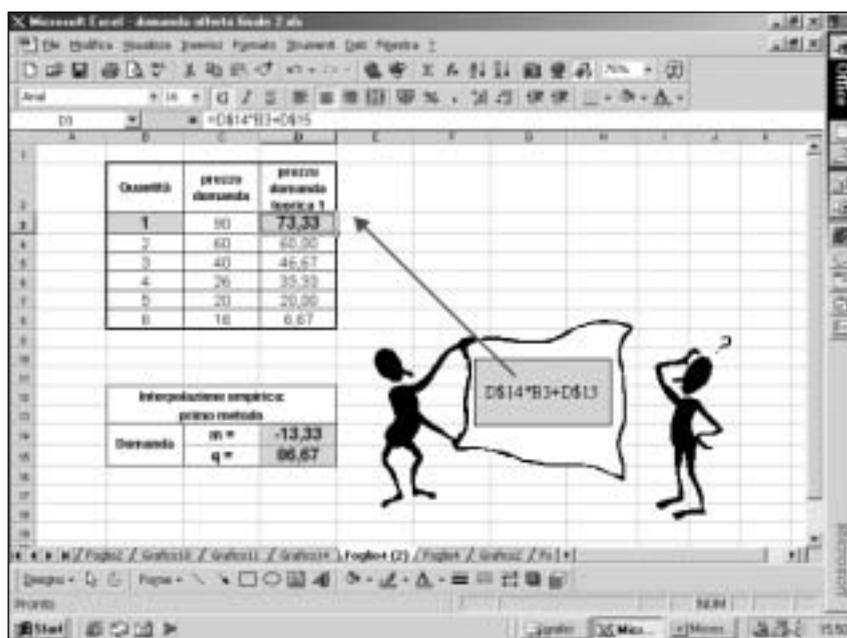
$$m = \frac{70 - 32}{5 - 3} = -\frac{38}{2} = 19$$

$$q = 70 - 19 \times 5 = -25$$

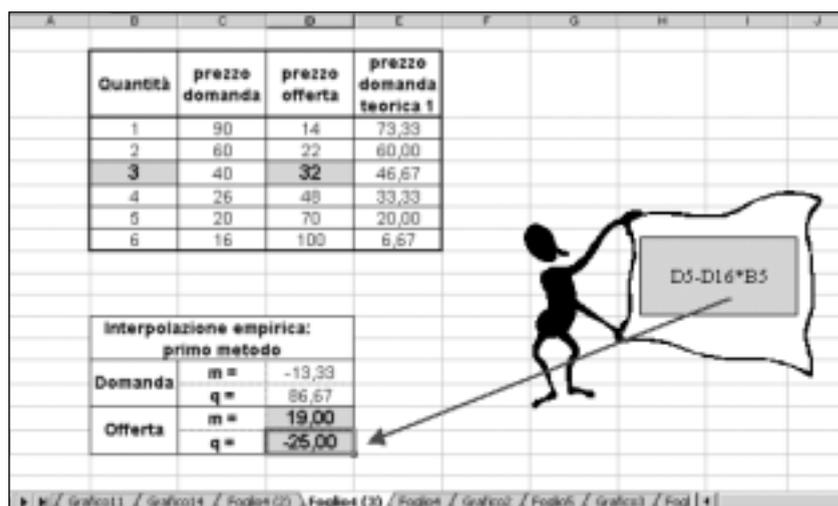
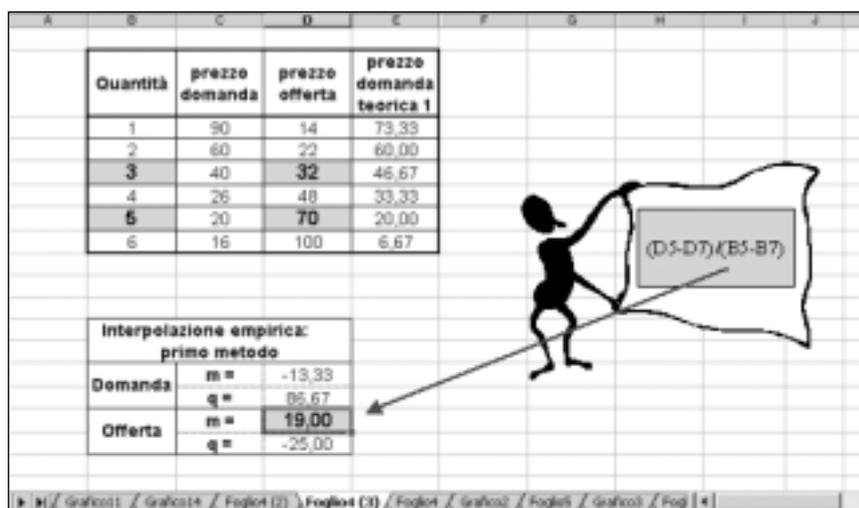
L'insegnante di Informatica guida gli alunni a costruire, sul foglio di Excel già utilizzato, la tabella con le formule per calcolare i coefficienti della retta interpolante relativa alla domanda, nel seguente modo:



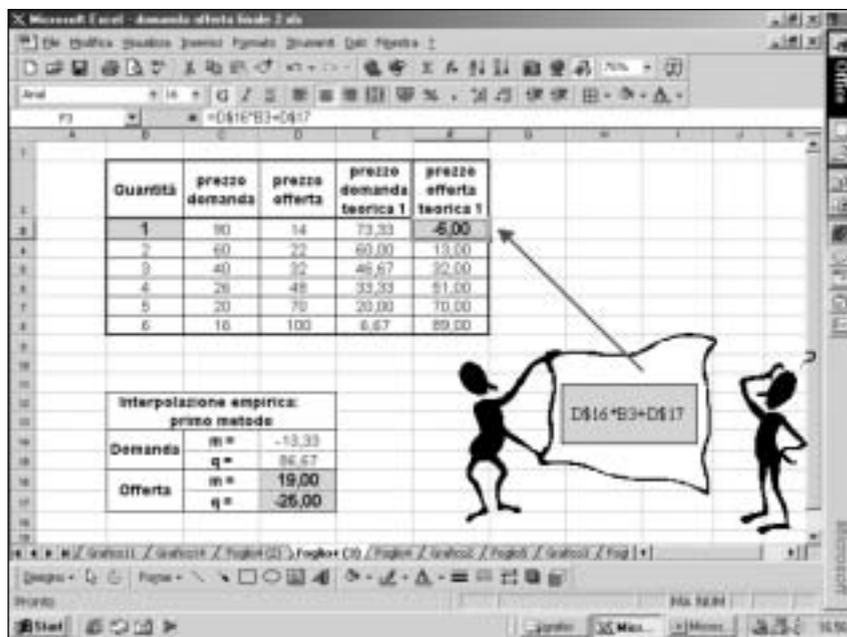
Successivamente fa costruire la colonna dei valori teorici del prezzo della domanda, calcolati tramite l'equazione $y = mx + q$ con i valori m e q appena trovati:



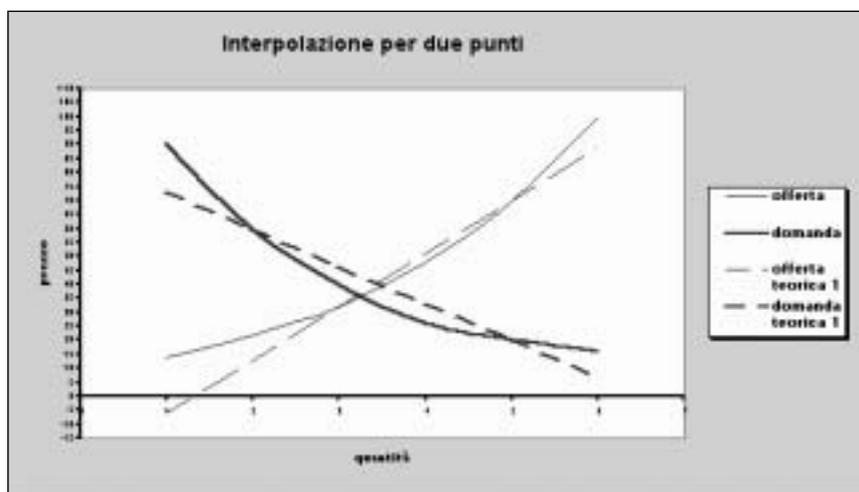
Tale percorso viene ripetuto per l'offerta, con il calcolo dei coefficienti m e q :



e la costruzione della seconda colonna (prezzo offerta teorica 1) utilizzando l'opportuna formula:



Infine, con il metodo utilizzato per costruire i precedenti grafici, dopo aver selezionato le cinque colonne (quantità, prezzo domanda, prezzo offerta, prezzo domanda teorica 1, prezzo offerta teorica 1), gli studenti ottengono il seguente grafico:



Il **secondo procedimento** di interpolazione impiega, invece, tutti i dati reali e si attua nel modo seguente: si impone il passaggio della retta generica di equazione $p = mx + q$ per ciascun punto individuato dalle n coppie di valori reali e si dividono le n equazioni ottenute in due gruppi, il primo formato da h equazioni il secondo da k equazioni, con $h + k = n$; si aggiungono termine a termine le equazioni di ogni gruppo e si ottengono due equazioni lineari nelle incognite m e q . Risolvendo il sistema delle due equazioni trovate si determinano i valori di m e q , cioè i coefficienti della retta interpolante cercata. In pratica, si parte dalla tabella iniziale:

| Quantità offerte o domandate | Prezzo della domanda | Prezzo dell'offerta |
|------------------------------|----------------------|---------------------|
| 1 | 90 | 14 |
| 2 | 60 | 22 |
| 3 | 40 | 32 |
| 4 | 26 | 48 |
| 5 | 20 | 70 |
| 6 | 16 | 100 |

Per quanto riguarda la domanda, si considerano, ad esempio:

1° gruppo: coppie (1;90) (2;60) (3;40) da cui, sostituendo le coordinate nell'equazione generica, si ricavano le seguenti equazioni in m e q :

$$\begin{aligned} 90 &= m + q \\ 60 &= 2m + q \\ 40 &= 3m + q \end{aligned}$$

2° gruppo: coppie (4;26) (5; 20) (6;16) da cui si ricavano le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} 26 &= 4m + q \\ 20 &= 5m + q \\ 16 &= 6m + q \end{aligned}$$

Sommando termine a termine le equazioni del primo gruppo si ottiene:

$$190 = 6m + 3q$$

Sommando termine a termine le equazioni del secondo gruppo si ottiene:

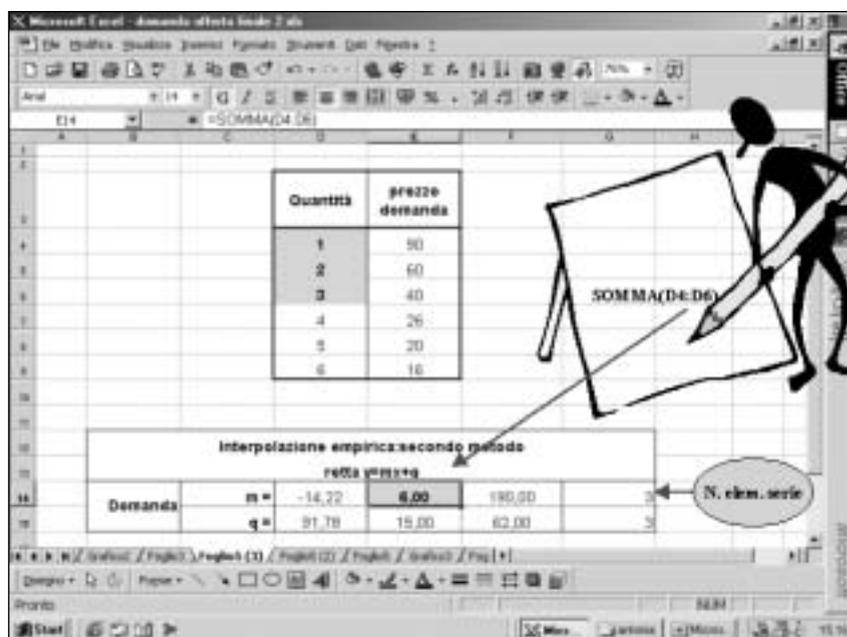
$$62 = 15m + 3q$$

Risolvendo, con la regola di Cramer, il sistema delle due equazioni si determinano i valori di m e q della retta cercata:

$$m = \frac{\begin{vmatrix} 190 & 3 \\ 62 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 15 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{190 \times 3 - 62 \times 3}{6 \times 3 - 15 \times 3} = \frac{384}{-27} = -\frac{128}{9} = -14,22$$

$$q = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 190 \\ 15 & 62 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 15 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{6 \times 62 - 190 \times 15}{6 \times 3 - 15 \times 3} = \frac{-2.478}{-27} = \frac{826}{9} = 91,78$$

Il procedimento matematico descritto può essere sviluppato dall'insegnante di Informatica, facendo costruire agli allievi le seguenti tabelle Excel:



Microsoft Excel - domanda offerta slide 2.xls

| Quantità | prezzo domanda |
|----------|----------------|
| 1 | 90 |
| 2 | 60 |
| 3 | 40 |
| 4 | 26 |
| 5 | 20 |
| 6 | 16 |

Interpolazione empirica secondo metodo
retta $y=mx+q$

| | | | | |
|---------|------------|----------|--------|---|
| Demanda | m = -14,22 | q = 6,00 | 190,00 | 3 |
| | q = 91,79 | 15,00 | 62,00 | 3 |

Formula bar: =SOMMA(E4:E6)

Annotation: N. elem. serie

Microsoft Excel - domanda offerta slide 2.xls

| Quantità | prezzo domanda |
|----------|----------------|
| 1 | 90 |
| 2 | 60 |
| 3 | 40 |
| 4 | 26 |
| 5 | 20 |
| 6 | 16 |

Interpolazione empirica secondo metodo
retta $y=mx+q$

| | | | | |
|---------|------------|----------|--------|---|
| Demanda | m = -14,22 | q = 6,00 | 190,00 | 3 |
| | q = 91,79 | 15,00 | 62,00 | 3 |

Formula bar: =SOMMA(D7:D9)

Annotation: N. elem. serie

Microsoft Excel - domanda offerta slide 2.xls

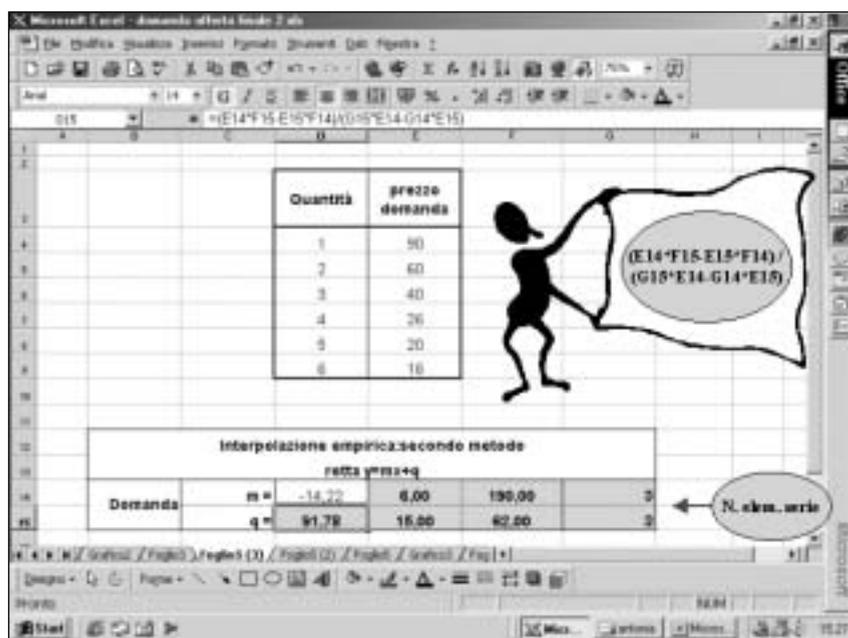
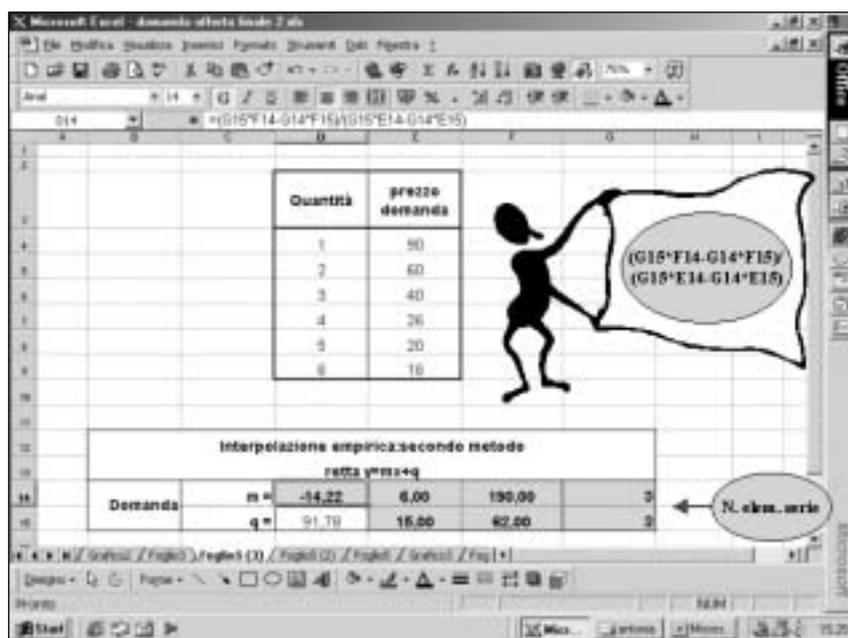
| Quantità | prezzo domanda |
|----------|----------------|
| 1 | 90 |
| 2 | 60 |
| 3 | 40 |
| 4 | 26 |
| 5 | 20 |
| 6 | 16 |

Interpolazione empirica secondo metodo
retta $y=mx+q$

| | | | | |
|---------|------------|----------|--------|---|
| Demanda | m = -14,22 | q = 6,00 | 190,00 | 3 |
| | q = 91,79 | 15,00 | 62,00 | 3 |

Formula bar: =SOMMA(E7:E9)

Annotation: N. elem. serie



Successivamente gli allievi potranno rappresentare la retta interpolante, utilizzando i valori di m e q appena trovati per predisporre un'apposita colonna (prezzo domanda teorica 2) con l'opportuna formula:



Per quanto riguarda l'offerta si considera:

1° gruppo: coppie (1;14) (2;22) (3;32) da cui, sostituendo, si ricavano le seguenti equazioni in m e q :

$$\begin{aligned} 14 &= m + q \\ 22 &= 2m + q \\ 32 &= 3m + q \end{aligned}$$

2° gruppo: coppie (4;48) (5;70) (6;100) da cui si ricavano le seguenti equazioni in m e q :

$$\begin{aligned} 48 &= 4m + q \\ 70 &= 5m + q \\ 100 &= 6m + q \end{aligned}$$

Sommando termine a termine le equazioni del primo gruppo si ottiene:

$$68 = 6m + 3q$$

Sommando termine a termine le equazioni del secondo gruppo si ottiene

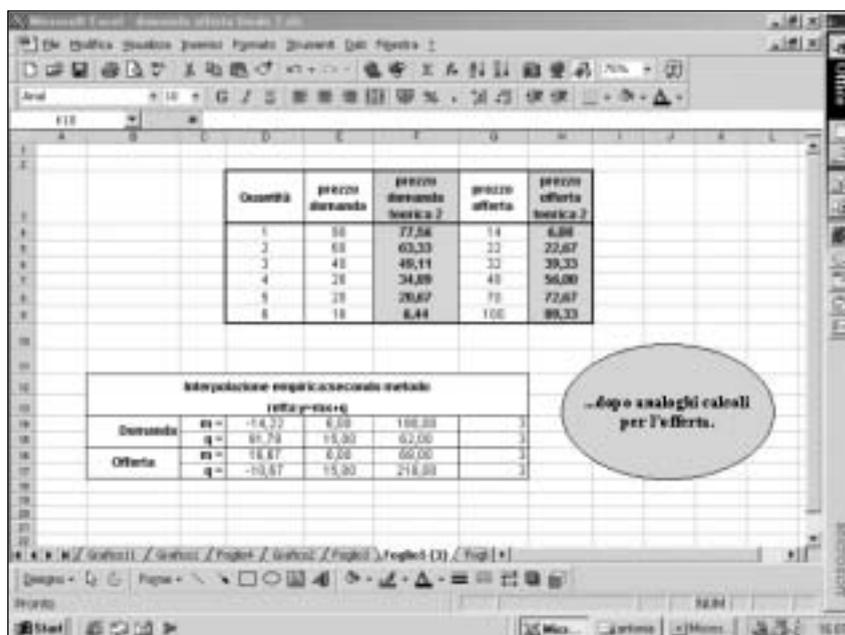
$$218 = 15m + 3q$$

Risolvendo, con la regola di Cramer, il sistema delle due equazioni si determinano i valori di m e q della retta cercata:

$$m = \frac{\begin{vmatrix} 68 & 3 \\ 218 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 15 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{68 \times 3 - 218 \times 3}{6 \times 3 - 15 \times 3} = \frac{-450}{-27} = \frac{50}{3} = 16,67$$

$$q = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 68 \\ 15 & 218 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 15 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{6 \times 218 - 68 \times 15}{6 \times 3 - 15 \times 3} = \frac{288}{-27} = -\frac{32}{3} = -10,67$$

Ripetendo lo stesso percorso già utilizzato per la domanda, gli allievi realizzano il seguente foglio di Excel nel quale inseriscono le relative formule di calcolo:



Utilizzando, infine, il solito procedimento per la realizzazione dei grafici, dopo aver selezionato le cinque colonne (*quantità, prezzo domanda, prezzo domanda teorica 2, prezzo offerta, prezzo offerta teorica 2*), si ottiene la seguente rappresentazione:

