di Maria A. Bisortolo
docente
di Informatica

Eloisa Grande
docente
di Matematica

Silvana Lalicata
docente
di Economia politica

Germana Pelozzi
docente
di Matematica

La domanda, l'offerta e l'equilibrio del mercato nella teoria neoclassica

Seconda parte

Realizzazione guidata e interpretazione di grafici di Economia politica con il supporto della Matematica e del laboratorio di Informatica

Dopo aver determinato e rappresentato le rette interpolanti, espresse in funzione di *x*, è utile osservare che, dal punto di vista economico, nella rappresentazione grafica delle quantità domandate od offerte, è più utilizzata la dipendenza della quantità dalla variazione del prezzo, rappresentato sull'asse delle ordinate, quindi la forma usuale delle funzioni di domanda e offerta, in economia, è $x = f(p)$ e non $p = f(x)$. A questo punto è opportuno che l'insegnante di Matematica faccia notare che, dal punto di vista analitico, per ottenere la rappresentazione utilizzata dagli economisti, è più corretto utilizzare la funzione $p = f(x)$, come è stato fatto in questo percorso, dato che usualmente la variabile indipendente è rappresentata sull'asse delle ascisse e quella dipendente sull'asse delle ordinate. D'altra parte, l'insegnante di Matematica può anche far osservare agli studenti che è possibile ottenere facilmente le equazioni del tipo $x = f(p)$ a partire da quelle ottenute mediante interpolazione, espresse nella forma $x = f(p)$ esplicitandole rispetto a *x* (cosa possibile dato che le funzioni trovate sono lineari, quindi biunivoche e pertanto invertibili).

Più precisamente da $p = mx + q$ si ottiene $x = \frac{1}{m}p - \frac{q}{m}$ e quindi un'equazione del tipo $x = m'p + q'$, dove $m' = \frac{1}{m}$; $q' = \frac{-q}{m}$

Nel nostro esempio, le equazioni delle due rette interpolanti che abbiamo ottenuto sono:

mediante il primo metodo di interpolazione:

$p = -13{,}33x + 86{,}67$ (domanda) e $p = 19x - 25$ (offerta)

mediante il secondo metodo di interpolazione:

$p = -14{,}22x + 91{,}78$ (domanda) e $p = 16{,}67x - 10{,}67$ (offerta)

quindi le corrispondenti funzioni inverse di domanda e offerta, determinate con le formule sopra specificate, sono rispettivamente:

mediante il primo metodo di interpolazione:

$x = -0{,}07 + 6{,}5$ (domanda) e $p = 0{,}05x + 1{,}32$ (offerta)

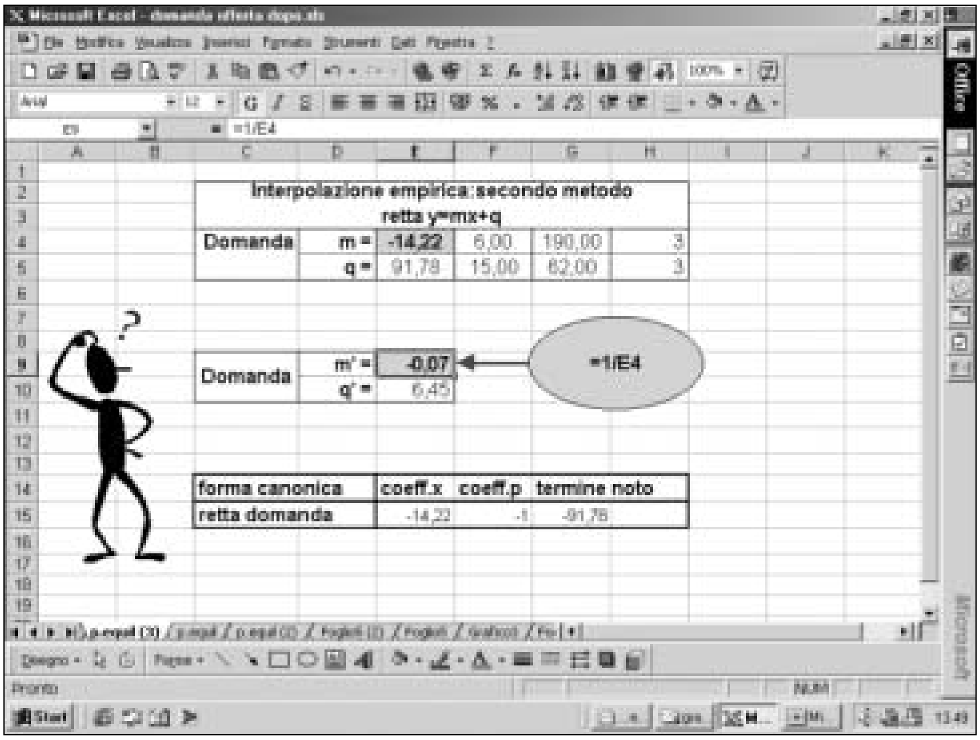
mediante il secondo metodo di interpolazione:

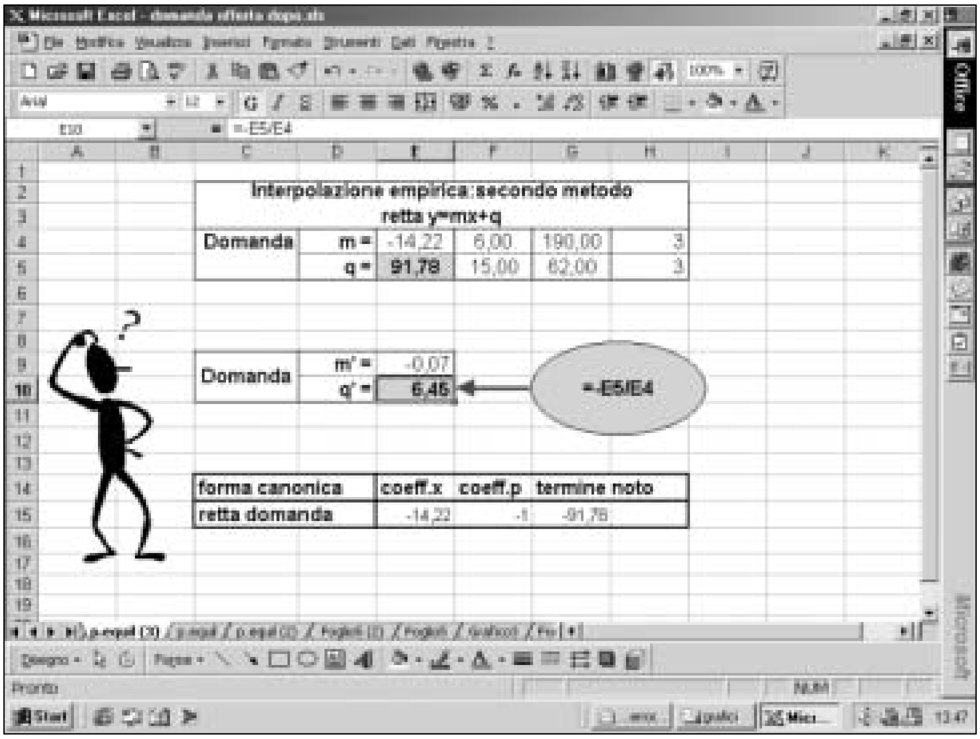
$x = -0{,}07p + 6{,}45$ (domanda) e $x = 0{,}06p + 0{,}64$ (offerta)

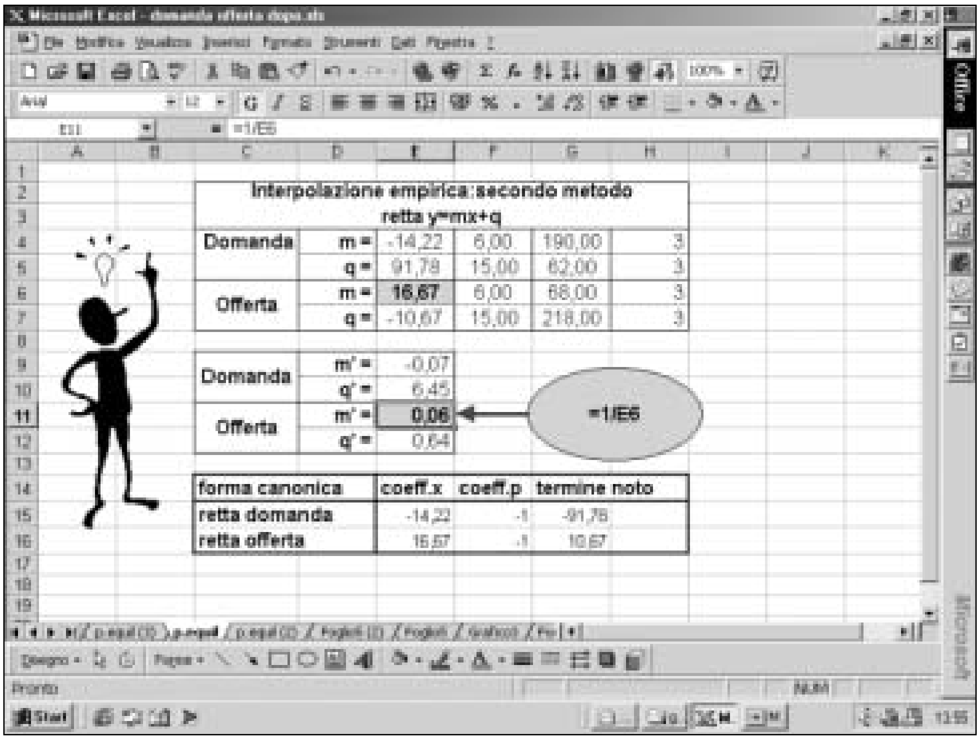
Riprendendo i fogli di Excel già sviluppati, gli studenti, sotto la guida dell'insegnante di

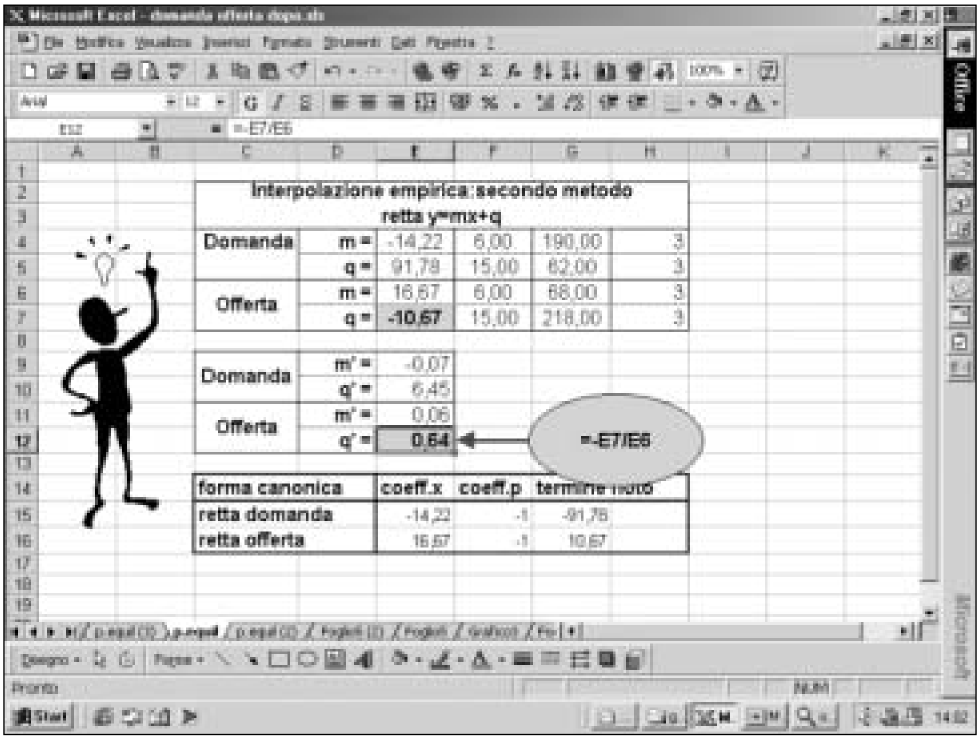
Informatica, possono ricavare i coefficienti relativi alle funzioni di domanda e offerta, rispetto al prezzo, per entrambi i metodi di interpolazione.

Di seguito abbiamo rappresentato il percorso relativamente al secondo metodo di interpolazione in quanto, come è opportuno far notare anche agli allievi, esso fornisce un modello migliore, cioè più aderente ai dati reali rispetto al primo: infatti le due rette interpolanti ricavate con il secondo metodo approssimano con maggior precisione l'andamento delle curve di partenza, poiché sono state ottenute tenendo conto di tutti i dati e non dipendono quindi dall'arbitrarietà della scelta di due punti, come succede con il primo metodo.

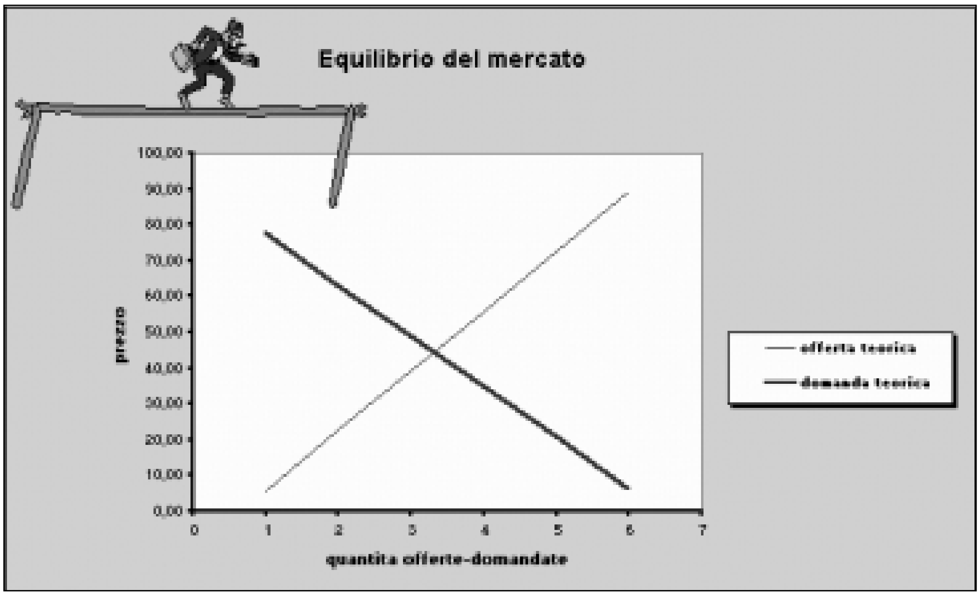








Considerando ancora le due rette ottenute con il secondo metodo di interpolazione, si può individuare facilmente, mediante la rappresentazione grafica con Excel, il punto di intersezione che, dal punto di vista economico, corrisponde all'equilibrio di mercato fra offerta e domanda dello stesso bene (a un determinato prezzo le quantità offerte e domandate risultano uguali):



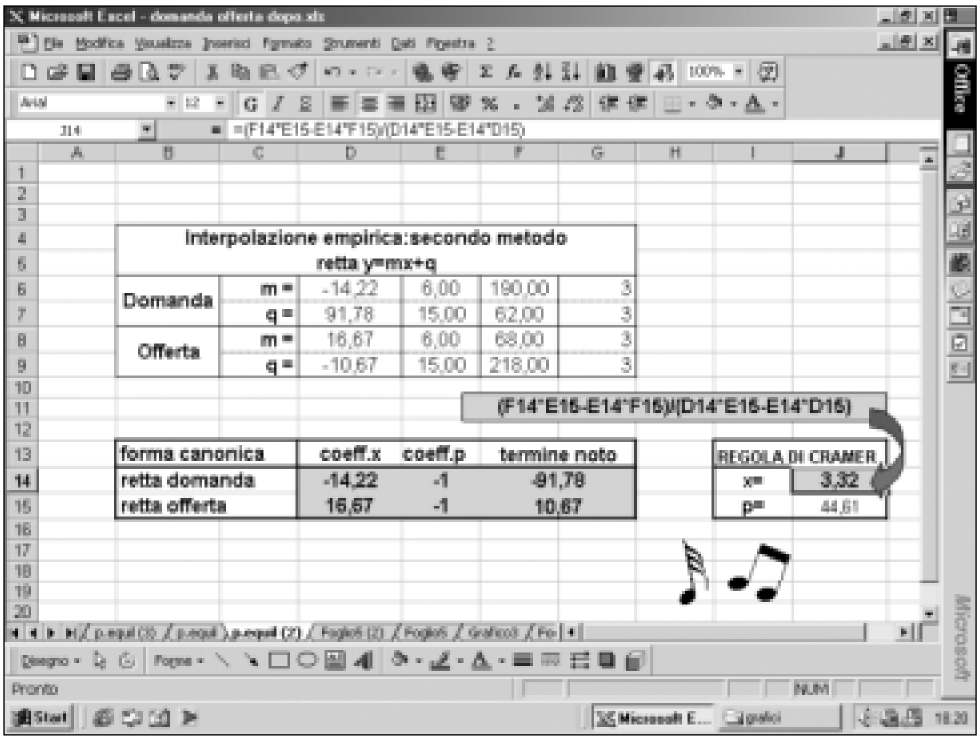
Dal punto di vista matematico l'equilibrio è dato dalla soluzione del sistema delle equazioni delle due rette:

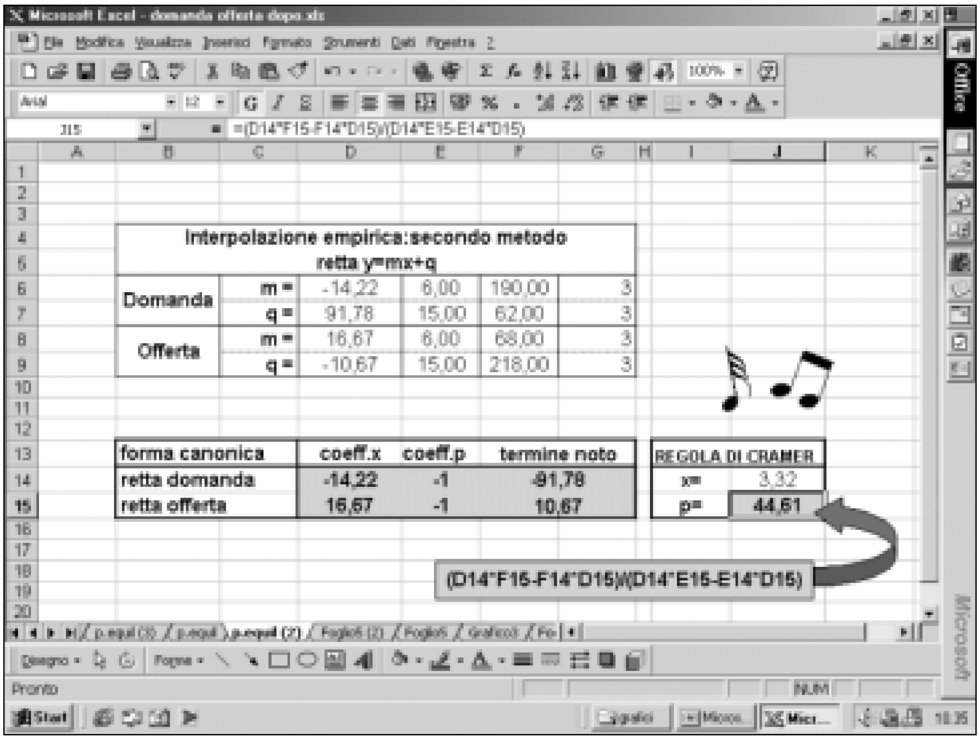
$$\begin{cases} p = -14{,}22x + 91{,}78 \\ p = 16{,}67x - 10{,}67 \end{cases} \qquad \begin{cases} -14{,}22x - p = -91{,}78 \\ 16{,}67x - p = 10{,}67 \end{cases}$$

che si può risolvere facilmente con diversi metodi. Tuttavia, per consentire una semplice trasposizione dei calcoli sul foglio elettronico, è opportuno utilizzare il metodo di Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -91{,}78 & -1 \\ 10{,}67 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -14{,}22 & -1 \\ 16{,}67 & -1 \end{vmatrix}} = 3{,}32 \qquad p = \frac{\begin{vmatrix} -14{,}22 & -91{,}78 \\ 16{,}67 & 10{,}67 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -14{,}22 & -1 \\ 16{,}67 & -1 \end{vmatrix}} = 44{,}61$$

Può essere utile far notare agli allievi la corrispondenza tra questa soluzione ottenuta algebricamente e quella ottenuta graficamente e successivamente ripetere il calcolo con Excel, come di seguito indicato:





Un ulteriore sviluppo del percorso didattico riguarda le variazioni delle quantità domandate od offerte mantenendo fisso il prezzo delle stesse: si tratta di rappresentare il fenomeno dell'aumento e della diminuzione della domanda e dell'offerta dei beni (traslazione) e di spiegarlo sia in termini economici sia in termini matematici.

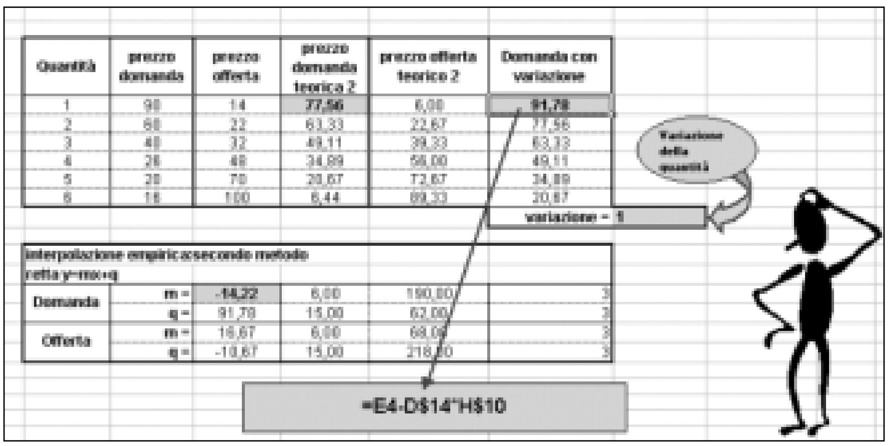
Per l'economia si può spiegare come, per esempio, fissando un prezzo, la domanda di beni potrebbe essere maggiore o minore rispetto all'ipotesi di partenza (cioè ai dati iniziali) e quindi rappresentare questa diversa realtà con una nuova retta, parallela alla retta di domanda di partenza, ma traslata verso destra se le quantità domandate sono in aumento e traslata verso l'origine degli assi se le quantità sono in diminuzione.

Dal punto di vista matematico si tratta, se vogliamo incrementare la domanda di una quantità k mantenendo fisso il prezzo, di determinare l'equazione della retta corrispondente, rispetto alla traslazione individuata dalle equazioni $x' = x + k$ e $p' = p$. Ricavando le equazioni della traslazione inversa: $x = x' - k$ e $p = p'$ e sostituendole nella retta di partenza ($p = mx + q$) si ottiene facilmente l'equazione della traslata: $p' = m(x' - k) + q$ cioè $p' = mx' + q - mk$, dalla quale si desume che il nuovo prezzo di una certa quantità domandata si ottiene incrementando di $-mk$ il vecchio prezzo di quella quantità. È utile sottolineare che, se l'incremento k è positivo, l'espressione $-mk$ è positiva, essendo m negativo, dato che la funzione domanda è decrescente.

A titolo di esempio, applicando il procedimento sopra descritto alla funzione della domanda $p = -14{,}22x + 91{,}78$, considerando come variazione $k = 1$ si ottiene:

$p' = -14{,}22(x' - 1) + 91{,}78$ $\quad p' = -14{,}22x' + 91{,}78 + 14{,}22$

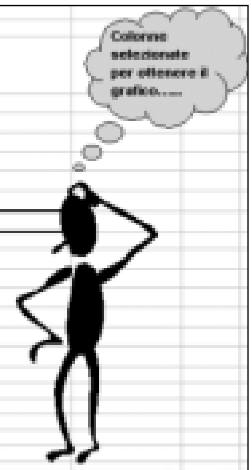
Utilizzando il foglio di Excel, il percorso che proponiamo è il seguente:



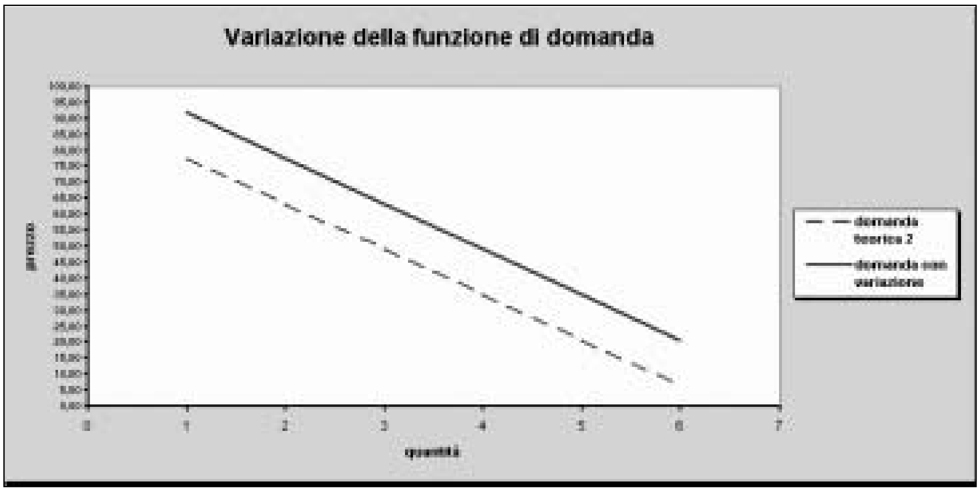
Ottenuta la colonna del nuovo prezzo rispetto alla domanda con variazione, si selezionano le tre colonne che corrispondono alle quantità domandate, al vecchio prezzo e al nuovo prezzo (quello ottenuto dopo la variazione):

Quantità	prezzo domanda	prezzo offerta	prezzo domanda teorica 2	prezzo offerta teorica 2	Domanda con variazione
1	90	14	77,56	6,00	91,78
2	60	22	63,33	22,67	77,56
3	40	32	49,11	39,33	63,33
4	26	48	34,89	56,00	49,11
5	20	70	20,67	72,67	34,89
6	16	100	6,44	89,33	20,67
					variazione = 1

interpolazione empirica:secondo metodo retta y=mx+q					
Domanda	m =	-14,22	6,00	190,00	3
	q =	91,78	15,00	62,00	3
Offerta	m =	16,67	6,00	66,00	3
	q =	-10,67	15,00	218,00	3



per ottenere il grafico:



nel quale si può notare che la nuova retta di domanda, al nuovo prezzo, risulta parallela alla precedente. L'insegnante di Matematica può, a tal proposito, specificare che in una traslazione il coefficiente angolare delle rette non viene modificato, essendo invariante rispetto a questo tipo di isometria, quindi una retta e la sua traslata risultano sempre parallele fra di loro.

Sviluppato tale percorso dal punto di vista matematico, l'insegnante di Economia politica sottolinea come l'aver mantenuto fisso il prezzo non infici il ragionamento dal punto di vista economico: infatti si può facilmente verificare, anche empiricamente, che, preso un determinato prezzo, le quantità domandate risultano maggiori nella retta di domanda traslata rispetto a quella iniziale.

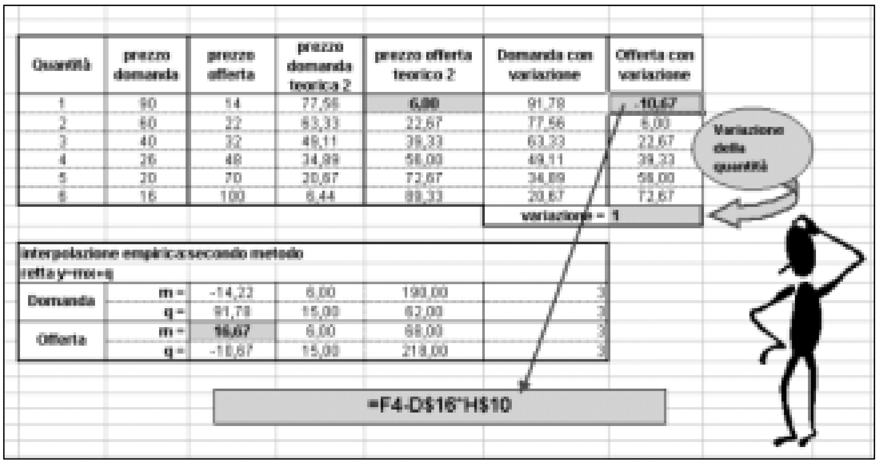
Analogamente si può procedere per le variazioni dell'offerta, traslando verso destra se le quantità sono in aumento e verso sinistra, sempre rispetto alla retta di partenza, se sono in diminuzione.

È opportuno che l'insegnante di Matematica faccia notare che, anche in questo caso, incrementando l'offerta di una quantità k e mantenendo fisso il prezzo, ricavata l'equazione della traslata: $p' = mx' + q - mk$, il nuovo prezzo di una certa quantità offerta si ottiene incrementando di $-mk$ il vecchio prezzo di quella quantità. Ma, nel caso dell'offerta, se l'incremento k è positivo, l'espressione $-mk$ è negativa, essendo m positivo, dato che la funzione offerta è crescente.

Applicando tale procedimento alla funzione dell'offerta del nostro esempio:

$p = 16{,}67x - 10{,}67$, considerando come variazione $k = 1$ si ottiene:
$p' = 16{,}67(x' - 1) - 10{,}67$ $\quad$ $p' = 16{,}67x' - 10{,}67 - 16{,}67$

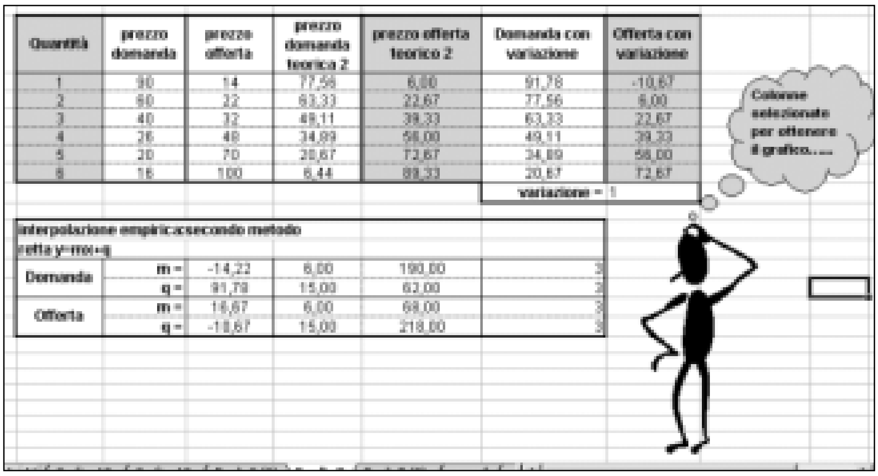
Riprendendo il foglio di Excel, si ottiene il relativo grafico, dopo i calcoli:



Quantità	prezzo domanda	prezzo offerta	prezzo domanda teorica 2	prezzo offerta teorico 2	Domanda con variazione	Offerta con variazione
1	90	14	77,56	6,00	91,78	-10,67
2	60	22	63,33	22,67	77,56	6,00
3	40	32	49,11	39,33	63,33	22,67
4	26	48	34,89	56,00	49,11	39,33
5	20	70	20,67	72,67	34,89	56,00
6	16	100	6,44	89,33	20,67	72,67
					variazione = 1	

interpolazione empirica:secondo metodo
retta y=mx+q

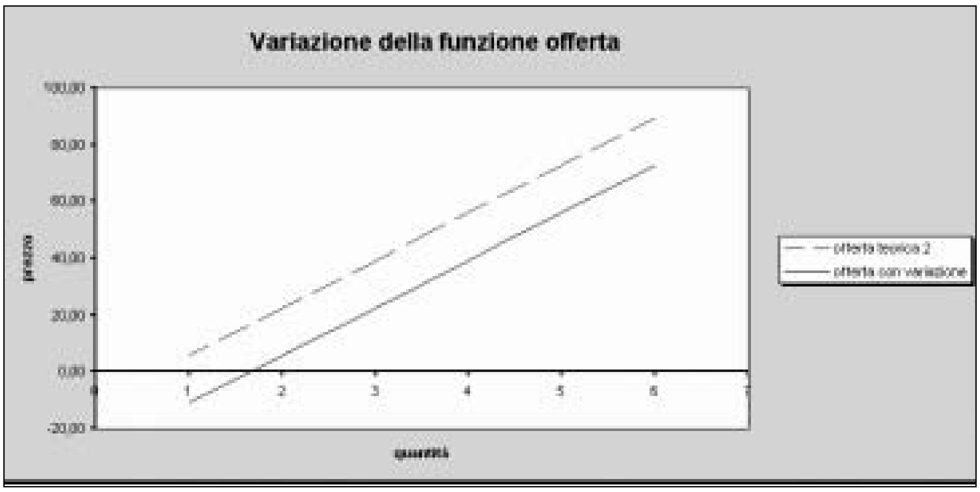
Domanda	m =	-14,22	6,00	190,00	3
	q =	91,78	15,00	62,00	3
Offerta	m =	16,67	6,00	68,00	3
	q =	-10,67	15,00	218,00	3



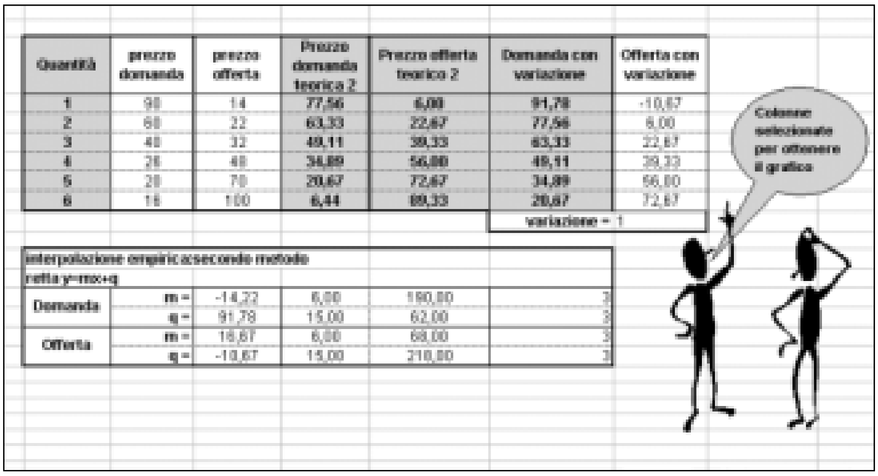
Quantità	prezzo domanda	prezzo offerta	prezzo domanda teorica 2	prezzo offerta teorico 2	Domanda con variazione	Offerta con variazione
1	90	14	77,56	6,00	91,78	-10,67
2	60	22	63,33	22,67	77,56	6,00
3	40	32	49,11	39,33	63,33	22,67
4	26	48	34,89	56,00	49,11	39,33
5	20	70	20,67	72,67	34,89	56,00
6	16	100	6,44	89,33	20,67	72,67
					variazione = 1	

interpolazione empirica:secondo metodo
retta y=mx+q

Domanda	m =	-14,22	6,00	190,00	3
	q =	91,78	15,00	62,00	3
Offerta	m =	16,67	6,00	68,00	3
	q =	-10,67	15,00	218,00	3



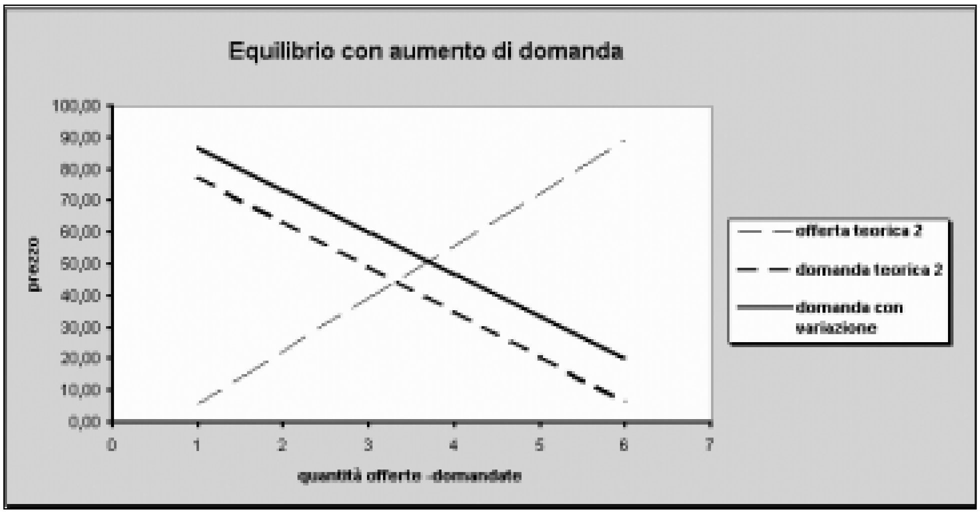
È opportuno osservare che dal punto di vista economico l'interpretazione del grafico deve essere limitata al quadrante positivo delle coordinate: non avrebbe senso considerare un valore di prezzo negativo. Si possono infine analizzare i nuovi punti d'equilibrio del mercato che, a seguito della traslazione, prima della retta di domanda e poi di quella dell'offerta, vengono individuati e rappresentati: nell'ipotesi di traslazione in aumento della domanda, il nuovo punto d'equilibrio individua un aumento sia delle quantità scambiate sia del prezzo d'equilibrio. Selezionando le opportune colonne sul foglio Excel già predisposto, si ottiene il relativo grafico:



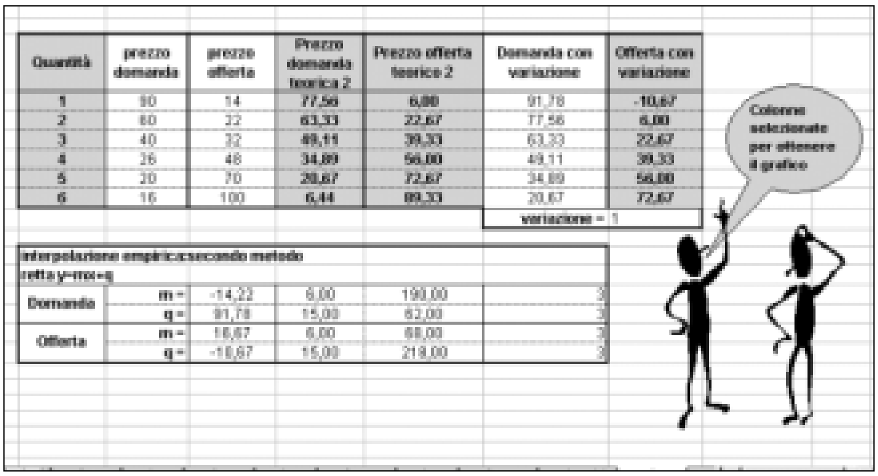
Quantità	prezzo domanda	prezzo offerta	Prezzo domanda teorica 2	Prezzo offerta teorico 2	Domanda con variazione	Offerta con variazione
1	90	14	77,56	6,00	91,78	-10,67
2	60	22	63,33	22,67	77,56	6,00
3	40	32	49,11	39,33	63,33	22,67
4	26	48	34,89	56,00	49,11	39,33
5	20	70	20,67	72,67	34,89	56,00
6	16	100	6,44	89,33	20,67	72,67
					variazione = 1	

interpolazione empirica:secondo metodo
retta y=mx+q

Domanda	m =	-14,22	6,00	190,00	3
	q =	91,78	15,00	62,00	3
Offerta	m =	16,67	6,00	68,00	3
	q =	-10,67	15,00	218,00	3



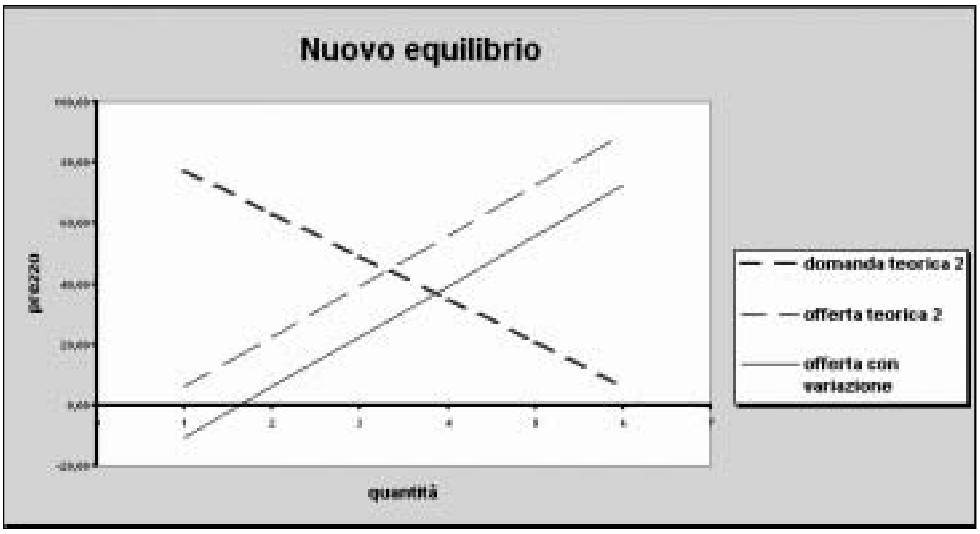
Diversamente, nell'ipotesi di traslazione in aumento dell'offerta, il nuovo punto d'equilibrio individua un aumento delle quantità scambiate e una diminuzione del prezzo, come si può verificare sul grafico ottenuto, selezionando le colonne opportune:



Quantità	prezzo domanda	prezzo offerta	Prezzo domanda teorica 2	Prezzo offerta teorico 2	Domanda con variazione	Offerta con variazione
1	90	14	77,56	6,00	91,78	-10,67
2	60	22	63,33	22,67	77,56	6,00
3	40	32	49,11	39,33	63,33	22,67
4	26	48	34,89	56,00	49,11	39,33
5	20	70	20,67	72,67	34,89	56,00
6	16	100	6,44	89,33	20,67	72,67
					variazione = 1	

interpolazione empirica:secondo metodo
retta y=mx+q

Domanda	m =	-14,22	6,00	190,00	3
	q =	91,78	15,00	62,00	3
Offerta	m =	16,67	6,00	68,00	3
	q =	-10,67	15,00	218,00	3


Nuovo equilibrio
prezzo
quantità
domanda teorica 2
offerta teorica 2
offerta con variazione